INESC-ID TECHNICAL REPORT N. 24/2012

Controlo Distribuído de Complexidade Reduzida de um Canal de Água Controladores Locais

Autor:
Tiago HENRIQUES

Supervisor:
Professor João MIRANDA LEMOS

Trabalho realizado no âmbito do projecto:

AQUANET - Controlo descentralizado e reconfigurável para sistemas de distribuição de água em canal de fins múltiplos,

Financiado pela FCT através do contrato:
PTDC/EEA-CRO/102102/2008.

Julho de 2012

Conteúdo

1 Introdução **2**

2 Métodos de afinação de PI's **4**

2.1 Ziegler-Nichols 4

2.1.1 Método 1 (Curva de Reacção) 4

2.1.2 Actuação sobre a 2ª Comporta 5

2.1.3 Actuação sobre a 1ª Comporta 6

2.1.4 Método 2 8

2.2 Identificação do modelo 13

2.2.1 Modelo com actuação na 2ª Comporta 13

2.2.2 Modelo com actuação na 1ª Comporta 17

2.3 PI: 2 pontos do diagrama de Nyquist do Modelo 21

2.3.1 Cálculo dos 2 pontos do diagrama de Nyquist 21

2.3.2 Aproximação de pólos dominantes 23

2.3.3 Cálculo dos parâmetros do PI 23

2.3.4 Teste Modelo sistema de controlo próximo: Comporta 2 25

2.3.5 Teste Modelo sistema de controlo longe: Comporta 1 . 25

2.4 Teste Real Inicial 29

3 Bibliografia **31**

1 Introdução

Este trabalho consistiu no estudo e teste de métodos automatizados para afinação de controladores de baixa complexidade para o controlo distribuído de um canal de água.
O cana considerado é o canal piloto da Universidade de Évora, gerido pelo Núcleo de Hidráulica e Controlo de Canais daquela Universidade.
Este relatório descreve métodos para a afinação de controladores PI e ilustra a sua aplicação num modelo SIMULINK não linear do canal descrito em [4]. Apresenta-se ainda um registo experimental preliminar.
A figura 1 mostra o diagrama de blocos do simulador do canal. Os controladores a considerar tomam como variável manipulada o caudal que passa por uma determinada comporta.
A relação entre a posição de uma comporta e o caudal de água que a atravessa é dada por:

$$q_n(t) = u_n(t)\beta\sqrt{\|J_n - M_{n+1}\|}$$

em que

q_n(t) - caudal

u_n(t) - posição da comporta

J_n - altura água no final da secção n do canal

M_{n+1} - altura água no ínicio da secção n+1 do canal

Por forma a ter uma base de trabalho foram definidos como valores de equilíbrio para os níveis de água os seguintes valores:

$$J_1 = 0.7$$
$$J_2 = 0.6$$
$$J_3 = 0.5$$
$$J_4 = 0.4$$

A partir da utilização de um canal com controladores já afinados foram retirados os valores de abertura das diversas comportas. Com eles foi calculado o valor da variável $\beta = 1.3023$.
Em primeiro lugar foram implementados os dois métodos criados por Ziegler-

Nichols nos anos 40. De seguida foram identificados dois modelos. Um para o controlo do nível de água do segundo troço do canal a partir da variação da posição da segunda comporta (controlo a montante próximo) e um segundo a partir da variação da posição da primeira comporta (controlo a montante distante).

Por fim considerou-se um método de afinação de PID's que utiliza dois pontos do diagrama de Nyquist dos modelos identificados com o objectivo de obter melhores controladores para implementar de seguida no simulador.

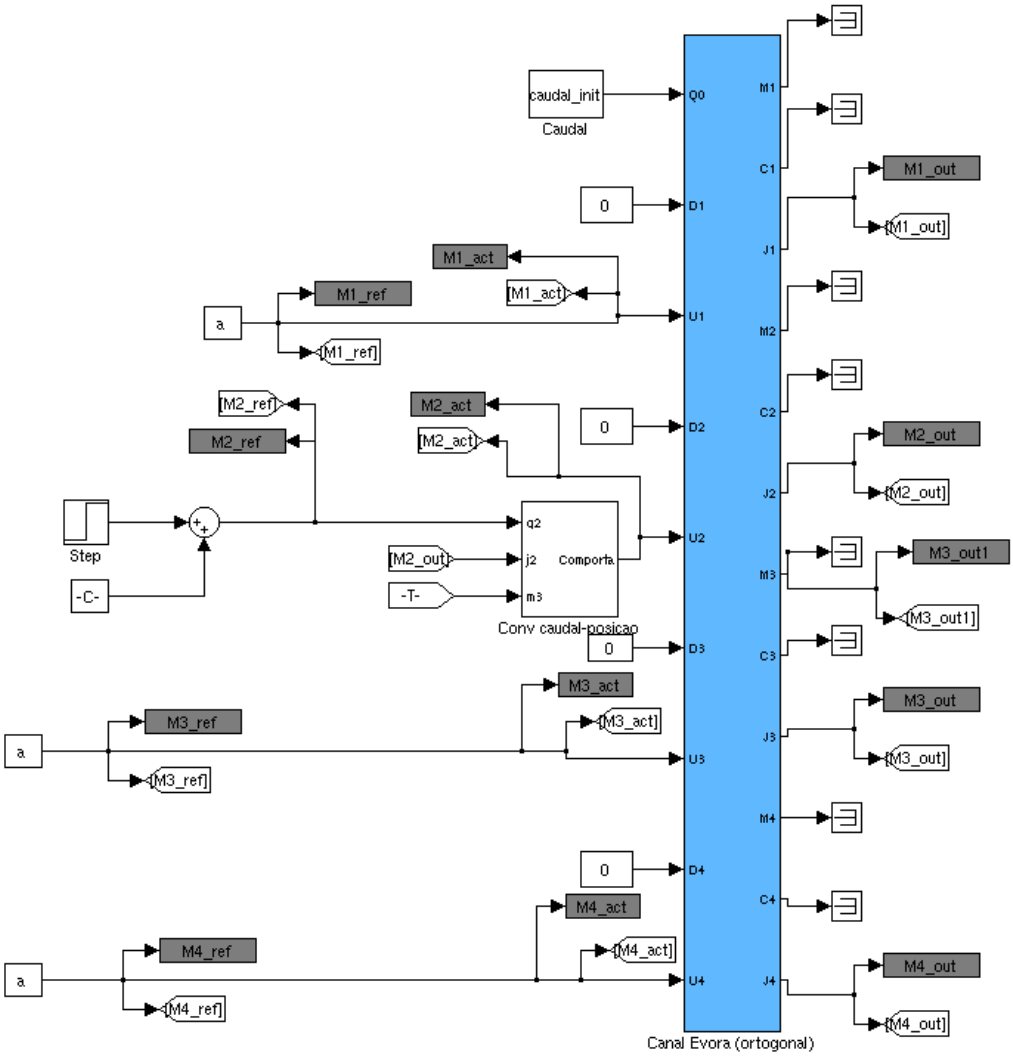


Figura 1: Diagrama de Blocos do Simulador Utilizado com conversor à entrada da 2ª Comporta

2 Métodos de afinação de PI's

2.1 Ziegler-Nichols

Os métodos de Ziegler & Nichols usados com frequência para a afinação de sistemas de controlo. Ambas as técnicas em seguida apresentadas, que foram testadas no sistema utilizado, têm a vantagem de não necessitar de um modelo do processo, mas conduzem a uma sobreelevação excessiva.

2.1.1 Método 1 (Curva de Reacção)

Este método de cálculo dos parâmetros de um PI é baseado na resposta do sistema ao escalão unitário tal como explicado em [1].

O diagrama de blocos 2 representa o teste em cadeia aberta que deve ser

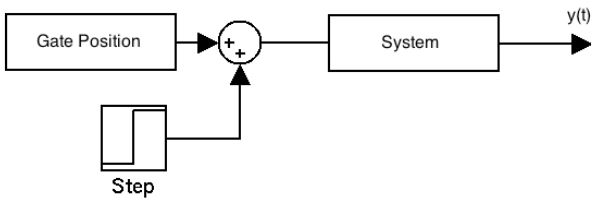


Figura 2: Diagrama de Blocos do teste à resposta do sistema ao escalão unitário

feito por forma a executar o 1º Método de Ziegler-Nichols. A resposta é caracterizada por dois parâmetros: L, o atraso e T, o tempo de estabelecimento.

A figura 3 ilustra os dois parâmetros.

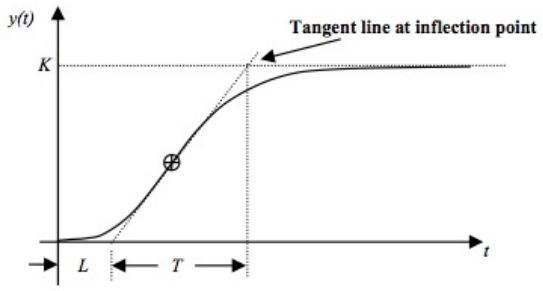


Figura 3: Curva da resposta para o 1º método de Z-N

Este método baseia-se num modelo da forma:

$$G(s) = \frac{Ke^{-sL}}{Ts+1} \tag{1}$$

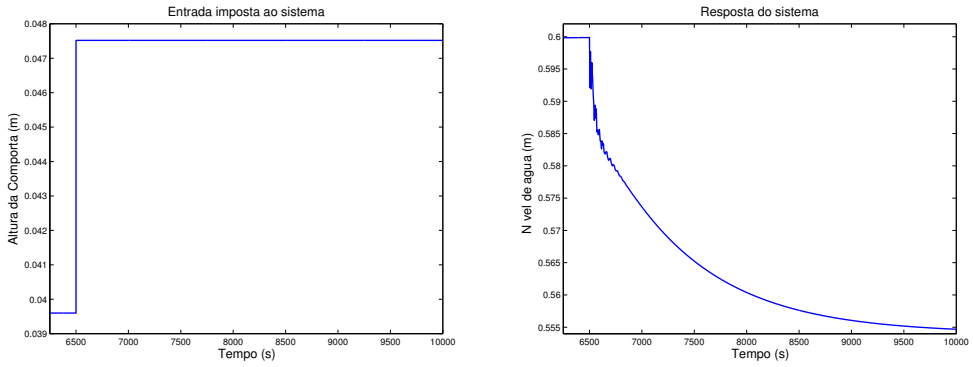
Os parâmetros de controlo derivados por Ziegler & Nichols apresentam-se na seguinte tabela:

PID Type	K_p	$T_i = K_p/K_i$	$T_d = K_d/K_p$
P	T/L	inf	0
PI	$0.9 * T/L$	$L/0.3$	0
PID	$1.2 * T/L$	$2L$	$0.5L$

Tabela 1: Fórmulas Ziegler-Nichols - 1º Método

2.1.2 Actuação sobre a 2ª Comporta

A resposta que se mostra na figura 4 foi obtida como a resposta em cadeia aberta a um escalão imposto a entrada do sistema na 2ª comporta quando este já se encontrava em equilíbrio:



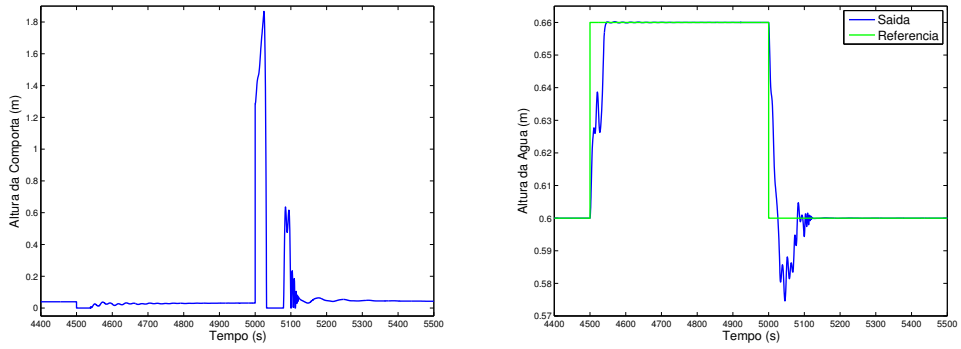
(a) Escalão imposto a entrada do sistema

(b) Resposta do sistema ao escalão

Figura 4: Teste para cálculo dos parâmetros de ZN a partir do 1º Método de ZN

É possível verificar que o sistema que representa a saída em função da entrada tem ganho negativo. Este teste foi feito sem conversor caudal - posição da comporta.
De seguida foi calculada a derivada da resposta do sistema por forma a encontrar a zona de maior declive. No ponto de maior declive foram calculados

os parâmetros representativos da recta tangente a esse ponto e foram calculados os parâmetros L e T.
$L = 0.6939$ *segundos*
$T = 15.5030$ *segundos*
Utilizando a tabela 1 acima apresentada e fazendo os cálculos para um PI as constantes obtidas foram:
$K_p = -20.1077$
$T_i = 2.3130$
Aplicando estas constantes num PI com anti-windup ligado ao sistema foi feito um teste de seguimento de referência e o resultado foi o seguinte:



(a) Sinal enviado pelo Controlador

(b) Resposta do sistema provocada pelo controlador (azul) após variação da referência (verde)

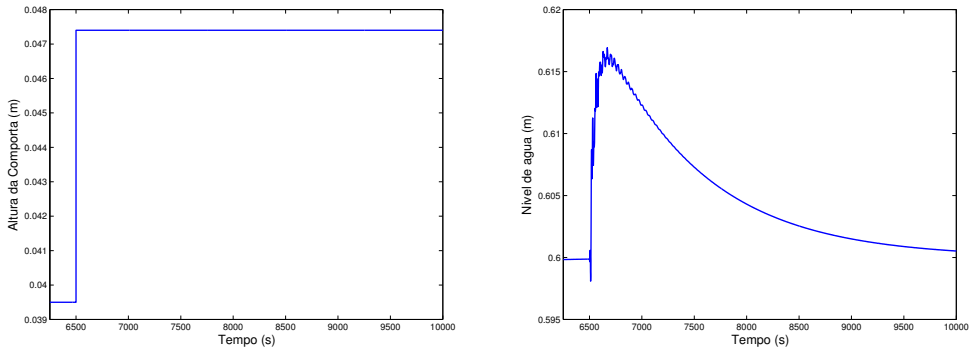
Figura 5: Teste de seguimento de referência na secção 2 a partir do controlo da comporta 2

Foi possível verificar que a resposta do controlador é muito oscilatória com períodos de saturação, algo não desejado, e uma gama de valores para a abertura da comporta muito grande. Como tal é possível concluir que o seguimento da referência é mau e a afinação do controlador segundo este método não é satisfatória.

2.1.3 Actuação sobre a 1ª Comporta

Foi feito o mesmo procedimento anteriormente descrito com a diferença que se passou a actuar sobre a 1ª comporta. De realçar que para esta situação o sistema a controlar tem um atraso proveniente do tempo necessário para a água percorrer a distância entre a 1ª comporta e o ponto de medição J_2 que se encontra junto à 2ª comporta. Como tal é de esperar que o valor de

L seja maior que o valor apresentado no teste anterior.

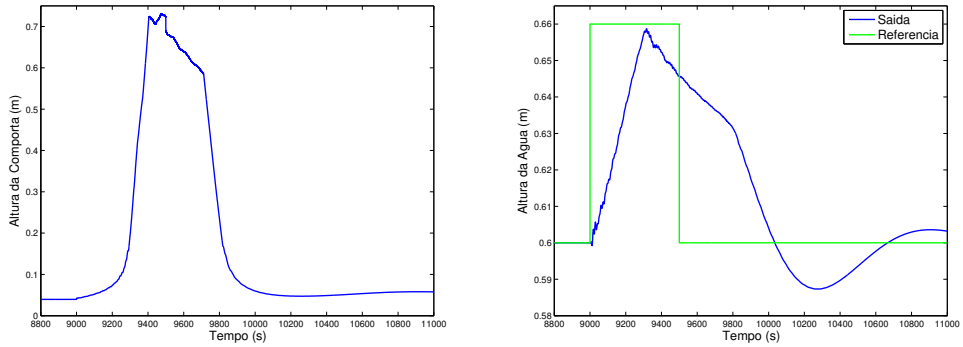


(a) Step imposto a entrada do sistema

(b) Resposta do sistema ao escalão

Figura 6: Teste para cálculo dos parâmetros de ZN a partir do Método 1 de ZN

É possível observar pela figura 11 que há um erro no simulador pois segundo este o sistema é um sistema de fase não mínima. Tal situação não faz sentido se se pensar que quando se insere mais água por unidade de tempo mantendo tudo o resto constante não é possível diminuir o nível da água na secção mas sim aumentar. Seguindo o mesmo procedimento descrito para o teste anterior os valores de L e T obtidos foram:
$L = 13.8934$ *segundos*
$T = 0.3050$ *segundos*
Os valores para o PI obtidos foram:
$K_p = 0.0198$
$T_i = 46.3115$
Mais uma vez o controlo foi completamente inadequado tal como se pode verificar pela figura 7. A resposta é muito lenta e abre demasiado a comporta o que na prática leva a que esta saia da água. É possível adivinhar que o integrador satura daí a demora na resposta à variação do valor de referência de volta ao valor inicial.



(a) Sinal enviado pelo Controlador

(b) Resposta do sistema provocada pelo controlador (azul) após variação da referência (verde)

Figura 7: Teste de seguimento de referência na secção 2 a partir do controlo da comporta 1

2.1.4 Método 2

O segundo método proposto por Ziegler & Nichols pressupõe a capacidade de excitar o sistema à sua frequência crítica por forma a obter-se uma resposta puramente oscilatório e dai tirar o ganho e o período críticos do sistema. Para este sistema tal propriedade não é verificada naturalmente uma vez que o sistema é claramente amortecido.

Como tal a implementação de um teste a partir da realimentação do sistema segundo um Relay viabilizou a realização deste teste. Após vários testes iniciais foi decidido que o relay a utilizar para a realização dos teste teria que ter histerese uma vez que sem histerese a variação do relay era demasiadamente rápida para provocar qualquer tipo de variação na resposta do simulador à perturbação inserida.

Mais uma vez foram feitos os dois testes: o primeiro para controlo a partir da comporta 2 e o segundo a partir da comporta 1.

Para o primeiro teste onde o sistema é inversor, os parâmetros do relay foram:

$$Switch\ off\ value = 0.62\,m$$
$$Output\ value\ off = 0.022\,l/m^3$$
$$Switch\ on\ value = 0.58\,m$$
$$Output\ value\ on = 0.018\,l/m^3$$

Controlo a partir da comporta 2:

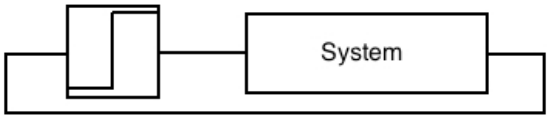


Figura 8: Diagrama de Blocos do teste à resposta do sistema à realimentação por relay

Tal como é dito em [3] auto-afinação utilizando realimentação com relay é feita em ciclo fechado por forma a manter a resposta em torno do valor de referência. Desta forma não é necessário conhecimento à priori para escolher um ritmo de amostragem apropriado para o processo.
A partir deste teste é possível adquirir o período crítico (T_u), sendo o sinal de saída ($y(t)$) periódico o T_u será igual ao periodo de $y(t)$. O ganho crítico (K_u) é aproximado por:

$$K_u = \frac{4d}{a\pi}$$

d - amplitude de saída do relay

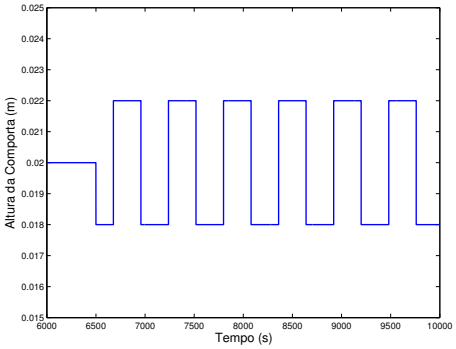
h - amplitude de oscilação da resposta

Retornando a [1] a seguinte tabela para o segundo método de Ziegler-Nichols é retirada:

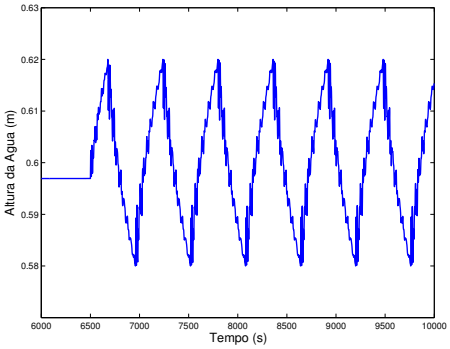
PID Type	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_u$	inf	0
PI	$0.45K_u$	$T_u/1.2$	0
PID	$0.6K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Tabela 2: Fórmulas Ziegler-Nichols - 2º Método

Após o seguinte teste:



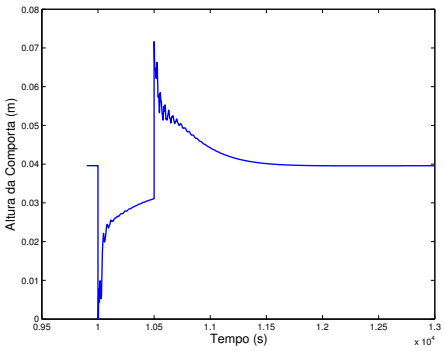
(a) Sinal enviado pelo Relay



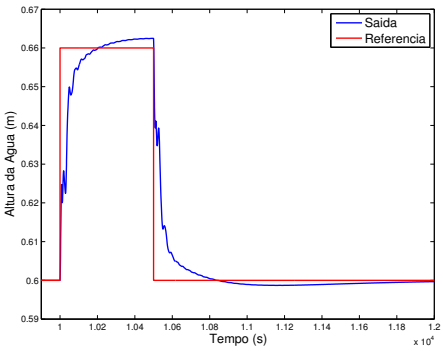
(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo sinal enviado pelo Relay

Figura 9: Teste para cálculo dos parâmetros do controlador

Os valores para o PI adquiridos com este método foram:
$K_p = 0.4259$
$T_i = 467.0677$



(a) Sinal enviado pelo Controlador



(b) Resposta do sistema provocada pelo controlador (azul) após variação da referência (verde)

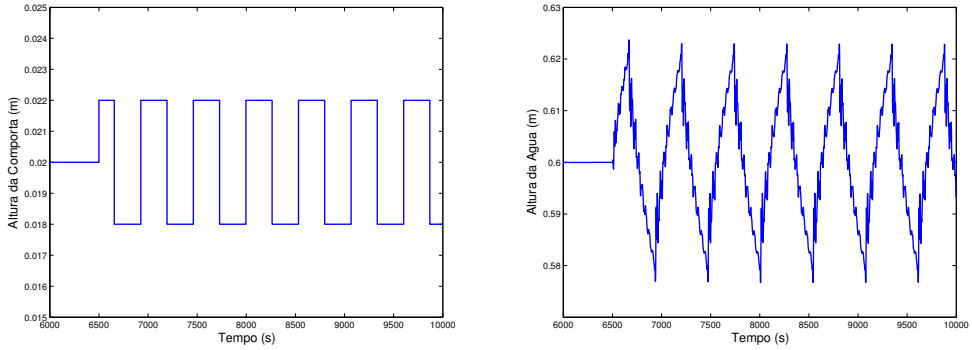
Figura 10: Teste de seguimento de referência na secção 2 a partir do controlo da comporta 2

Apesar de não ser ideal é possível verificar uma melhoria bastante aceitável em relação ao método anterior para o controlo a partir da 2ª comporta. A resposta do controlador continua a ser muito oscilatória mas com uma gama de amplitude muito mais reduzida, o que por um lado torna o seguimento da referência mais lento mas por outro mais estável. Um possível teste a

executar caso se verifique que não existe um método melhor para afinação do PI para este caso passa por filtrar o sinal enviado pelo controlador na tentativa de tornar a entrada menos oscilatória tornando o sinal de saída mais suave nas suas transições.

Controlo a partir da comporta 2:

Quando é implementado um atraso, alterando o controlo do nível de água da 2ª comporta para a 1ª comporta, os resultados são os seguintes:

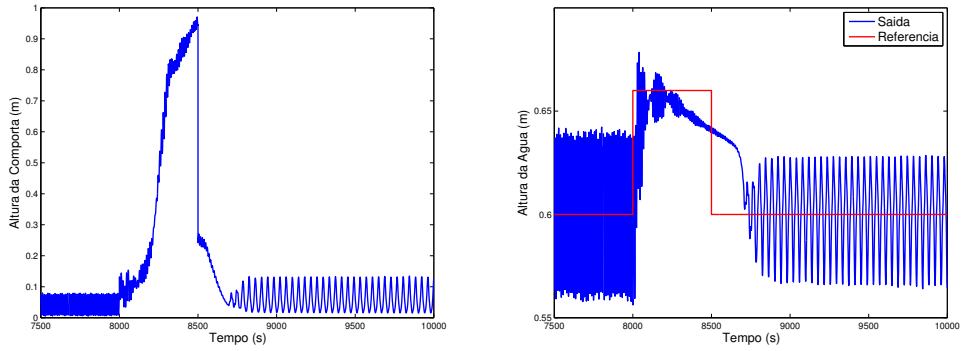


(a) Sinal enviado pelo Relay

(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo sinal enviado pelo Relay

Figura 11: Teste para cálculo dos parâmetros do controlador

É possível observar uma amplitude maior da resposta. Este aumento é derivado ao atraso entre a detecção e a actuação sobre a comporta.
A partir desta simulação e utilizando a tabela 2 foram obtidos os seguintes valores para o PI:
$K_p = 0.4080$
$T_i = 445.9$
Era de esperar que o valor de T_i tivesse baixado mas tal não se verificou para este teste. Como tal é de esperar que a resposta para o sistema não seja adequada uma vez que os valores são muito próximos dos obtidos para o controlo com a 2ª comporta, a qual por sua vez produz uma resposta ao escalão muito diferente da resposta obtida pela 1ª comporta (figuras 4 e 11). Como é possível verificar a resposta do controlador é muito oscilatória o que torna o seguimento de referência muito mau.



(a) Sinal enviado pelo Controlador

(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo sinal enviado pelo Controlador

Figura 12: Teste para cálculo dos parâmetros do controlador

Comparação dos resultados dos dois métodos:

	Método 1	Método 2
2ª Comporta	$K_p = -20.1017$ & $T_i = 2.3130$	$K_p = 0.4259$ & $T_i = 467.0677$
1ª Comporta	$K_p = 0.0198$ & $T_i = 46.3115$	$K_p = 0.4080$ & $T_i = 445.9$

Tabela 3: Fórmulas Ziegler-Nichols - 2º Método

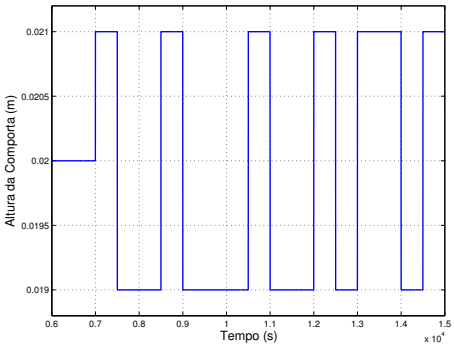
É possível observar pelos resultados apresentados até agora que o 2º método de Ziegler&Nichols obtém melhores resultados para sistemas sem atraso. Para sistemas que podem ser aproximados pela equação (1) tanto o 1º como o 2º Método fornecem valores bastante semelhantes apesar de nos testes ter-se verificado um melhor desempenho utilizando os valores obtidos pelo 1º Método.

2.2 Identificação do modelo

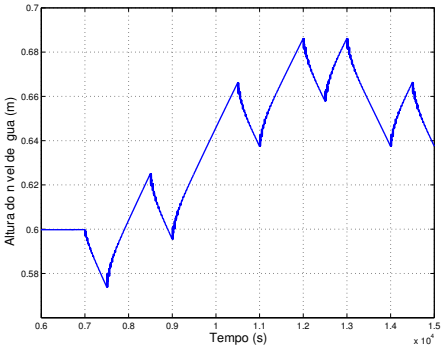
Após execução das tarefas descritas nas secções acima foi decidido que se deveria fazer a identificação dos modelos que descreviam os dois sistemas em estudo para depois se proceder a análise do Diagrama de Nyquist na tentativa de arranjar um sistema de afinação de controladores mais preciso. A utilização do Diagrama de Nyquist, mais propriamente de dois pontos do mesmo, é importante para que se possa averiguar se existiria alguma vantagem em utilizar dois pontos em vez de utilizar apenas o ponto crítico do sistema, base dos métodos anteriormente descritos.

2.2.1 Modelo com actuação na 2ª Comporta

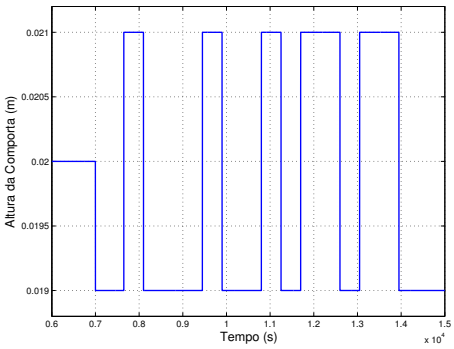
Para o sistema com actuação sobre a 2ª comporta partiu-se do pressuposto que não existia atraso. Foram criados 6 testes com entradas dadas por sinais PRBS com diferentes períodos máximos de valor constante. A oscilação em torno do valor de caudal de equilíbrio (0.02 l/m^3) foi de 5%, isto é 0.001 l/m^3.
A identificação dos modelos em questão tem por objectivo relacionar a entrada de um determinado valor de caudal e o nível de água num determinado troço. Como tal este modelo já incluirá o conversor, até então inserido manualmente a entrada do simulador como exemplificado na figura 1.



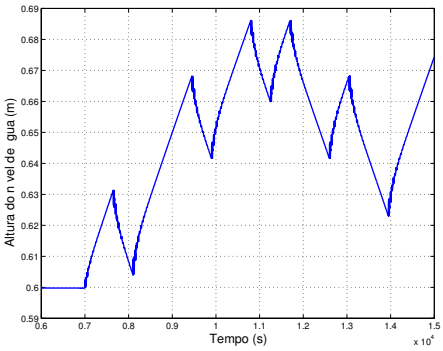
(a) Sinal PRBS com período constante máximo de 500 segundos



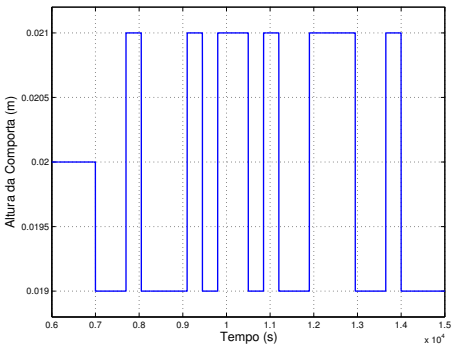
(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 500



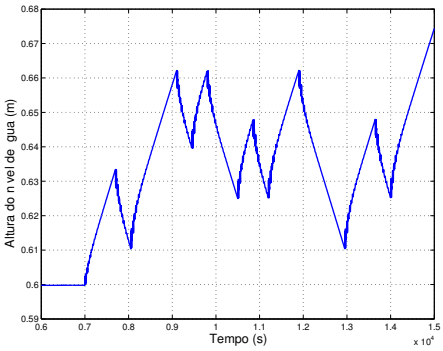
(c) Sinal PRBS com período constante máximo de 450 segundos



(d) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 450

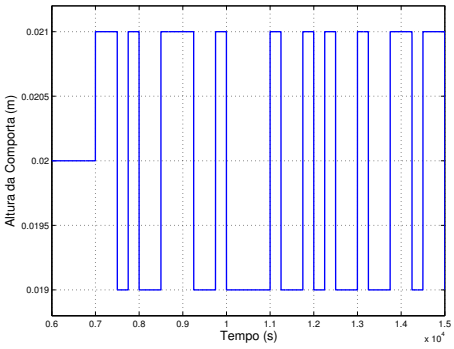


(e) Sinal PRBS com período constante máximo de 350 segundos

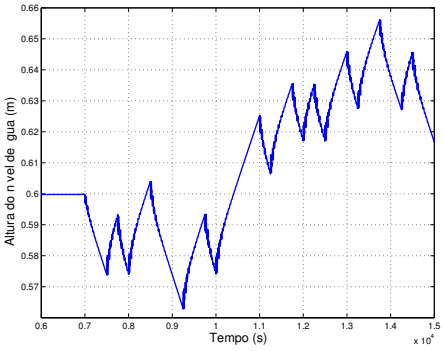


(f) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 350

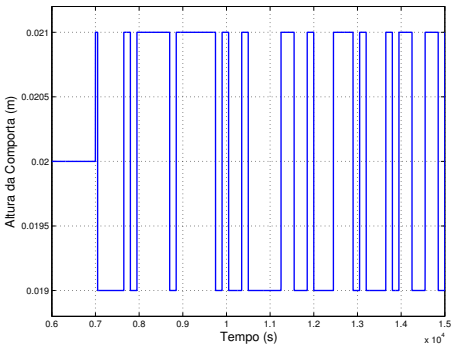
Figura 13: Testes efectuados para posterior identificação do modelo descritivo do canal com períodos de 500 s, 450 s e 350 s



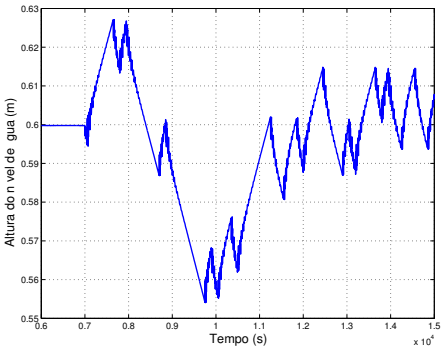
(a) Sinal PRBS com período constante máximo de 250 segundos



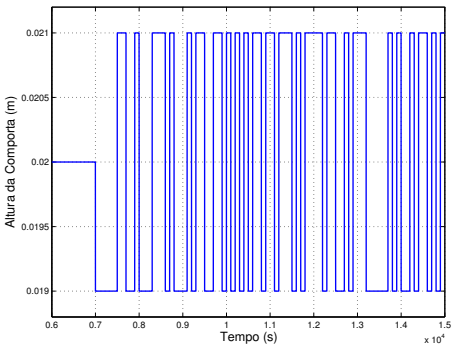
(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 250



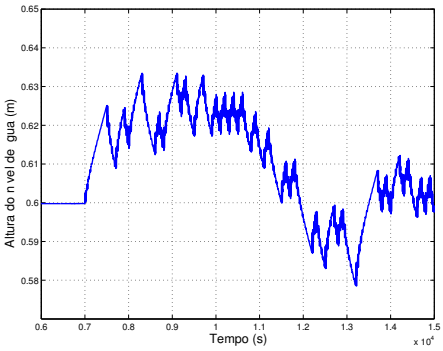
(c) Sinal PRBS com período constante máximo de 150 segundos



(d) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 150



(e) Sinal PRBS com período constante máximo de 100 segundos



(f) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 100

Figura 14: Testes efectuados para posterior identificação do modelo descritivo do canal com períodos de 250 s, 150 s e 100 s

Com os dados apresentados nas figuras 13 e 14 foram feitos várias identificações e chegou-se a conclusão que utilizando os dados com período máximo constante de 450 segundos obtinha-se os melhores valores de ajuste para os diversos testes.
Para os dados entre os 500 segundos e os 250 segundos foi possível obter adaptações superiores a 93% sendo o melhor valor de adaptação de 97%. Para os testes a baixo dos 250 segundos o ajuste já é inferior a 90%.
Esta estimativa de ajuste é feita a partir de dois testes diferentes sobre o sistema onde o primeiro serve para criar o modelo (dados de período máximo constante de 450 segundos) e o segundo para validar o mesmo (dados de período máximo constante entre 500 e 250 segundos). Essa validação é feita criando os dados simulados a partir da entrada dos dados de validação e comparando as duas saídas segundo a equação:

$$FIT = [1 - \frac{||Y - Y_modelo||}{||Y - MEAN(Y)||}] * 100 \tag{2}$$

O modelo calculado foi:

$$G(s) = Kp * \frac{1 + Tz * s}{(1 + Tp1 * s)} \tag{3}$$
$$Kp = -29799$$
$$Tp1 = 2.9152 * 10^{+05}$$
$$Tz = 8.183$$

O objectivo era a criação do modelo mais simples possível que se ajustasse o mais possível dos dados. Após várias tentativas chegou-se a conclusão que o modelo mais simples e fiável seria um sistema com um pólo e um zero.

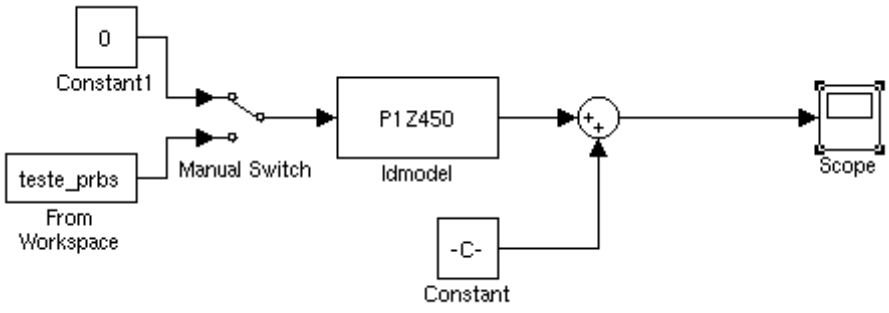
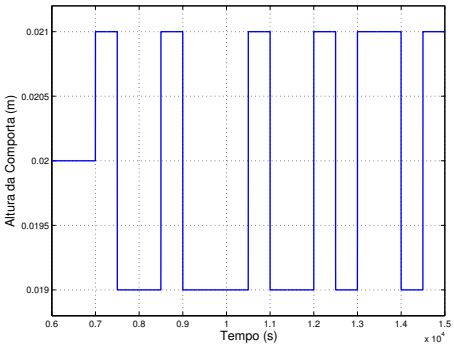


Figura 15: Modelo SIMULINK de validação do modelo criado

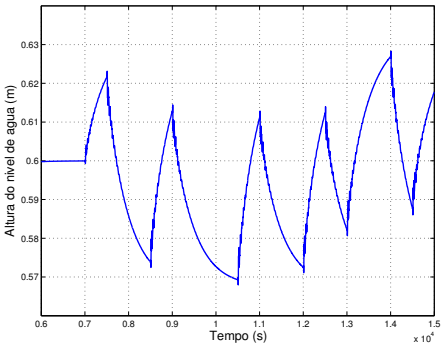
De seguida foi criado um modelo SIMULINK como o apresentado na figura 15 e foram feitos dois testes de validação do modelo. O primeiro com uma entrada constante de 0 para confirmar que a saída era um valor constante igual a zero (o modelo só modela o transitório do sinal produzido pelo canal). O segundo com uma entrada dada por um sinal PRBS já utilizado para a criação do modelo para ver se o sistema funciona como esperado. Em ambos os testes o modelo se comportou como esperado.
Como é possível perceber este modelo só funciona como uma boa aproximação do sistema real para perturbações com período mínimo de 250 segundos, isto é, 4.17 minutos e período máximo avaliado de 500 segundos, isto é, 8.33 minutos. É de esperar que para períodos mais extensos o modelo seja capaz de fazer uma boa simulação.

2.2.2 Modelo com actuação na 1ª Comporta

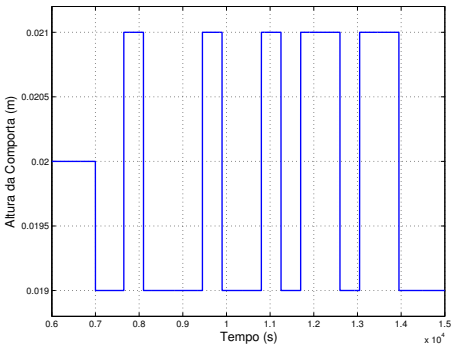
Para o sistema com actuação sobre a 1º comporta foi tida a mesma abordagem. Para este caso teve que ser acrescentado um parâmetro de atraso no sistema. Por forma a obter uma ligeira ideia do atraso do sistema foi utilizada a função *delayest()* com os diversos testes. Chegou-se a conclusão que o atraso estaria compreendido entre 10 a 15 segundos.
Após vários teste chegou-se a conclusão que o modelo que melhor se adaptava aos dados recolhidos tinha 90% de adaptação aos dados reais para todos os dados de testes menos os de 100 segundos como período máximo constante onde só foi possível obter 84% de adaptação aos dados. De salientar que para este caso o modelo é mais uma vez dado por apenas um pólo e um zero.
Os dados ultilizados para a identificação deste 2º modelo são apresentados nas figuras 16 e 17.



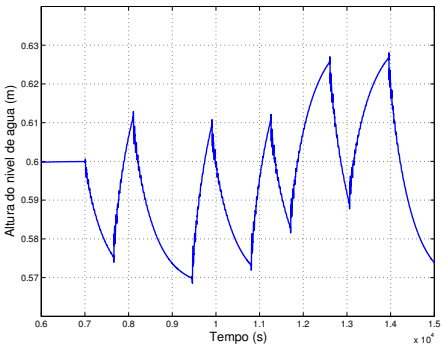
(a) Sinal PRBS com período constante máximo de 500 segundos



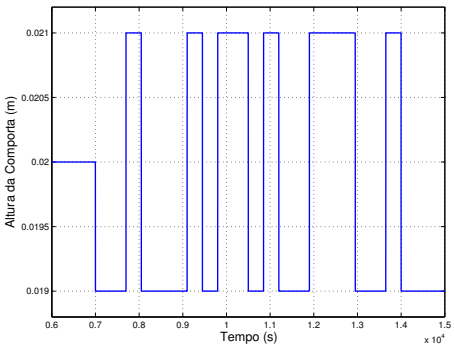
(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 500



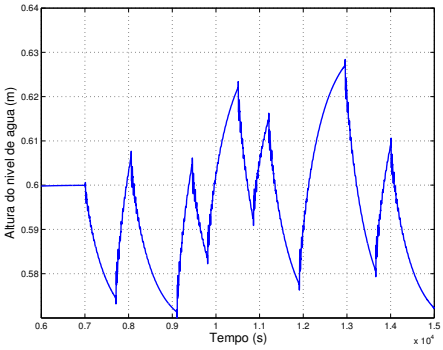
(c) Sinal PRBS com período constante máximo de 450 segundos



(d) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 450

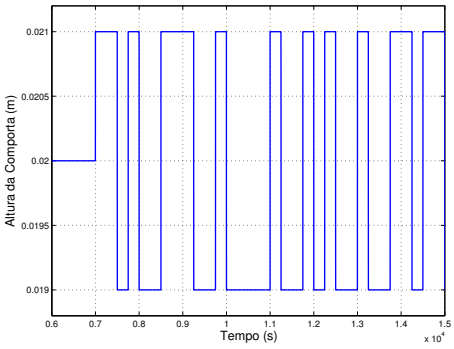


(e) Sinal PRBS com período constante máximo de 350 segundos

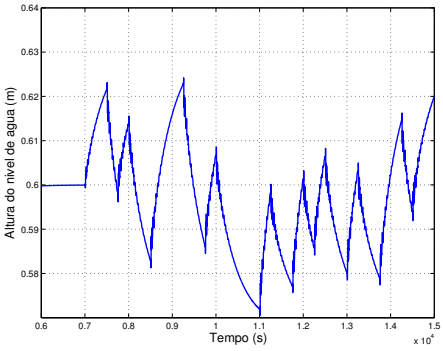


(f) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 350

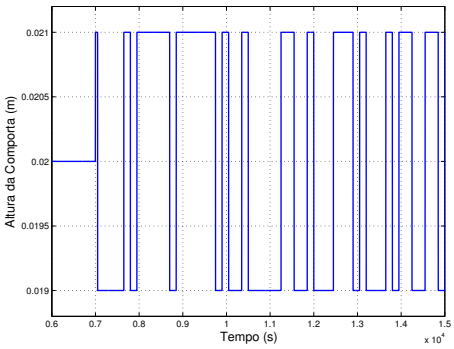
Figura 16: Testes efectuados para posterior identificação do modelo descritivo do canal com períodos de 500 s, 450 s e 350 s



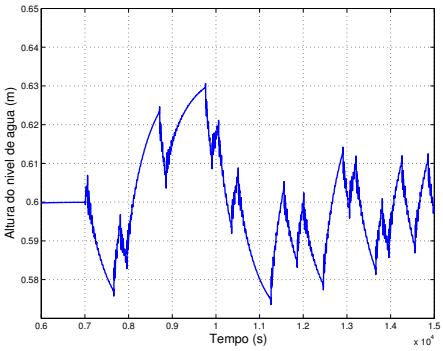
(a) Sinal PRBS com período constante máximo de 250 segundos



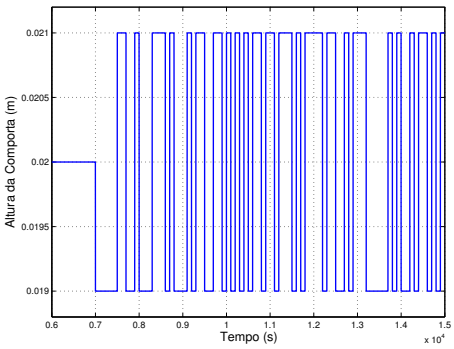
(b) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 250



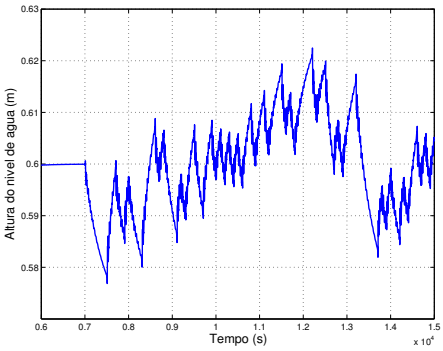
(c) Sinal PRBS com período constante máximo de 150 segundos



(d) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 150



(e) Sinal PRBS com período constante máximo de 100 segundos



(f) Variação do nível de água no segundo troço provocada pelo Sinal PRBS 100

Figura 17: Testes efectuados para posterior identificação do modelo descritivo do canal com períodos de 250 s, 150 s e 100 s

O modelo obtido foi:

$$G(s) = Kp * \frac{1 + Tz * s}{1 + Tp1 * s} * exp^{-Td*s} \tag{4}$$

$$Kp = 32.378$$

$$Tp1 = 406.94$$

$$Td = 13.914$$

$$Tz = 19.059$$

Tendo os dois modelos identificados partiu-se para a criação de controladores a partir de dois pontos do diagrama de Nyquist destes mesmos modelos.

2.3 PI: 2 pontos do diagrama de Nyquist do Modelo

2.3.1 Cálculo dos 2 pontos do diagrama de Nyquist

Utilizando os modelos identificados na secção anterior foram criados dois modelos SIMULINK com um sistema realimentado com relay e um atraso variável. Desta forma forma tentou-se identificar o atraso provocado na resposta do relay que proporciona o melhor 2º ponto do diagrama de Nyquist para criação do controlador PI pretendido. O método de cálculo dos dois pontos do diagrama de Nyquist bem como as constantes do PI estão apresentados e explicados em [2].
Sabemos que utilizando um atraso nulo é possível obter, a partir das oscilações limitadas induzidas pelo relay, uma estimativa da frequência crítica e o ganho crítico do sistema quando o argumento deste é $-\pi$. O ganho crítico seria o ganho necessário impor na realimentação para levar o sistema para um estado de oscilação permanente caso fosse possível.
Estas constantes mais uma vez são dadas por:

$$K_c = \frac{4d}{\pi h} \tag{5}$$

d - amplitude de saída do relay
h - amplitude de oscilação da resposta

$$w_c = \frac{2\pi}{T_c} \tag{6}$$

T_c - periodo de oscilação da saída

$$\begin{aligned} G_p(w_c) &= \frac{-1}{K_c} \\ \mid G_p(w_c) \mid &= \frac{1}{K_c} \\ arg \mid G_p(w_c) \mid &= -\pi \end{aligned} \tag{7}$$

A diferença em relação ao teste com relay é que agora é utilizado um bloco de atraso a seguir ao relay por forma a obter novos K_c e w_c, tratados de agora em diante $K2_c$ e $w2_c$, respectivamente, correspondentes a um novo

ponto crítico do sistema.
O novo ponto a calcular por este método é um ponto vizinho do ponto crítico $-\pi$. O que se está a fazer é como se estivesse a deslocar o eixo real ligeiramente para baixo tornando este novo ponto o ponto crítico.

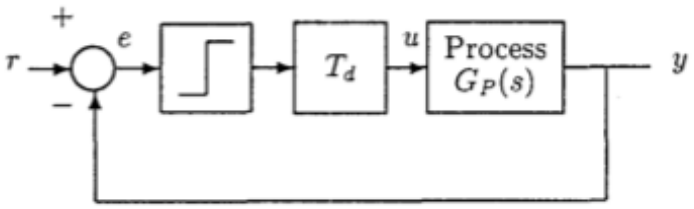


Figura 18: Modelo alterado da realimentação via relay

$$
\begin{aligned}
G_p(w2_c) &= \frac{-1}{K2_c} \\
\mid G_p(w2_c) \mid &= \frac{1}{K2_c} \\
arg \mid G_p(w2_c) \mid &= -\pi + T_d w2_c
\end{aligned}
\tag{8}
$$

T_d - atraso induzido no sistema

Estes dois pontos podem ser escritos da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
G_p(w_c) &= a_1 + jb_1 \\
a_1 &= \frac{-1}{K_c} \\
b_1 &= 0
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
G2_p(w2_c) &= a_2 + jb_2 \\
a_2 &= \frac{1}{K2_c} * cos[arg \mid G_p(w2_c) \mid] \\
b_2 &= \frac{1}{K2_c} * sin[arg \mid G_p(w2_c) \mid]
\end{aligned}
\tag{10}
$$

2.3.2 Aproximação de pólos dominantes

Os pólos da função de transferência de um circuito com realimentação são dados pela equação caracteristica:

$$1 + G_O(s) = 0$$

$G_O(s)$ - função transferência em circuito aberto

Se for feita uma expansão em série de Taylor obtém-se:

$$\begin{aligned} 1 + G_O(\sigma + j\omega) &= 1 + G_O(j\omega) + j\sigma G'_O(j\omega) + ... = 0 \\ &\approx \\ \sigma &= j\frac{1 + G_O(j\omega)}{G'_O((j\omega)} \end{aligned}$$

Aproximando a derivada pela diferença incremental, 2 pontos muito próximos, obtém-se:

$$\sigma = \frac{1 + G_O(jw_c)}{G_O((jw_c) - G_O(jw2_c)} * j(w_c - w2_c) \tag{11}$$

2.3.3 Cálculo dos parâmetros do PI

O controlador a implementar é deduzido a partir do método de colocação do pólo dominante. No fundo a inserção do PI terá como resultado colocar o pólo dominante num local específico no plano complexo.
A função transferência de um PID genérico é dada por:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s] \\ T_d &= \alpha T_i \end{aligned} \tag{12}$$

O problema a resolver passa por mapear os pontos (9) e (10) nos pontos (13) e (14) a partir da inserção do PI:

$$G_O(jw_c) = G_c(jw_c)G_p(Jw_c) = c_1 + jd_1 \tag{13}$$

$$G_O(jw2_c) = G_c(jw2_c)G_p(Jw2_c) = c_2 + jd_2 \tag{14}$$

A relação entre o factor de amortecimento (ζ) e a frequência natural(σ) é dada por:

$$\sigma = \frac{\zeta w_c}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{15}$$

Juntando as equações (11) e (15) obtém-se:

$$\frac{G_O(jw_c - jw2_c)}{G_O(jw_c)+1} = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\frac{j(w_c - w2_c)}{w_c} = jp \tag{16}$$

Juntando as equações (13), (14) e (16) obtém-se:

$$\begin{aligned} c_1 - c_2 + p &= 0 \\ d_1 - d_2 - p(c1+1) &= 0 \end{aligned}$$

De seguida, após manipulação algébrica, são calculados o T_i e o K_p da seguinte forma:

$$T_i = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} A &= \alpha p a_1 w_c + \alpha b_2 w2_c \\ B &= a_1 - a_2 \\ C &= -(\frac{pa_1}{w_c} + \frac{b_2}{w2_c}) \end{aligned}$$

$$K_p = \frac{p}{m_1 - m_2 - pa_2} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= a_1(\alpha w_c T_i - \frac{1}{w_c T_i}) \\ m_2 &= a_2(\alpha w2_c T_i - \frac{1}{w2_c T_i}) + b_2 \end{aligned}$$

Por forma a obter um PI e não um PID foi utilizado um valor muito pequeno para α por forma a ser possível ignorar ao máximo a componente derivativa do controlador.

2.3.4 Teste Modelo sistema de controlo próximo: Comporta 2

Estes testes encontram-se em execução sem ter sido possível, até ao momento, implementar o método descrito anteriormente de forma satisfatória.

2.3.5 Teste Modelo sistema de controlo longe: Comporta 1

O modelo que representa o sistema para este caso é dado por um sistema com atraso, tal como pode ser observado na secção 2.2.2. Para este modelo o teste é aplicável.
Após a execução de diversos testes variando:
- o atraso entre [1,65 ; 4], isto é, a posição no plano imaginário do 2º ponto do diagrama de Nyquist a calcular;
- o factor de amortecimento entre [0.1 ; 0.5];
Foram retiradas informações sobre o tempo de estabelecimento(t_s) e a sobre-elevação(S).

O tempo de estabelecimento foi tido como o tempo que decorre entre o

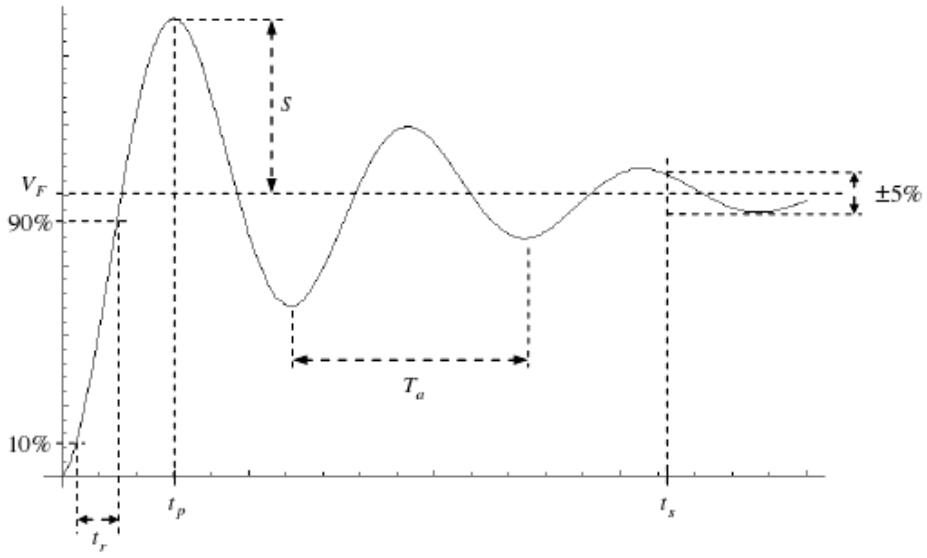


Figura 19: Parâmetros da resposta de um sistema ao escalão

momento em que é feito o step e o tempo a partir do qual a resposta do sistema se encontra com valores compreendidos entre ±1% do valor final.
Após a execução de diversos testes chegou-se à conclusão que o algoritmo

apresentado em [2] para este caso não obtém os melhores resultados. A sobreelevação obtida é muito grande mesmo para o melhor caso apresentado na figura 20, 21.34%.

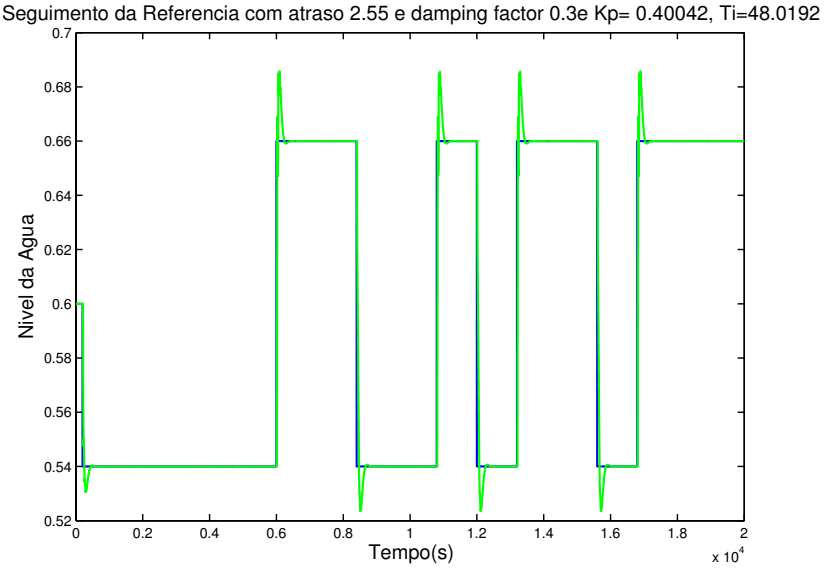
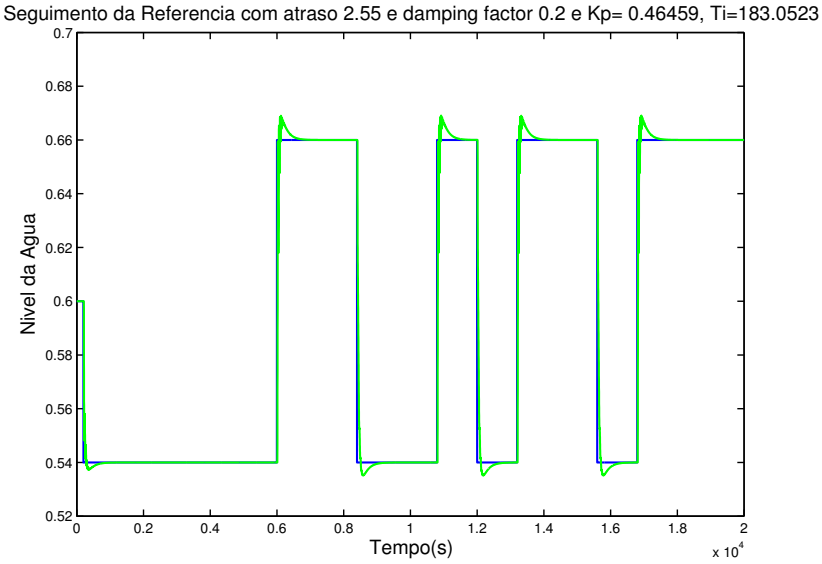
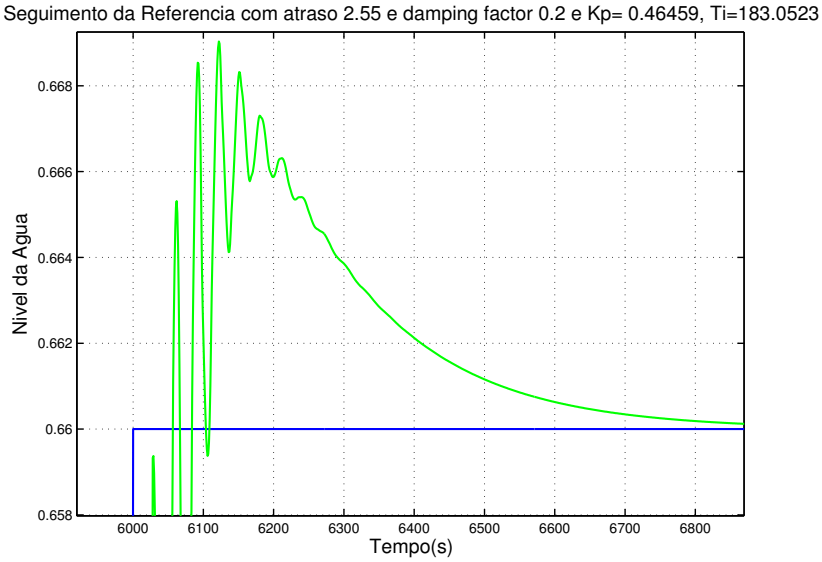


Figura 20: Teste do controlador obtido com os parâmetros originais do algoritmo

Por forma a baixar a sobreelevação foram feitos novamente os mesmos testes mas desta vez o parâmetro T_i do PI foi triplicado. Este parâmetro influência directamente o K_p como se pode verificar pelas equações em 2.3.3. Como resultado a sobreelevação desceu para 7.53% e o tempo de estabelecimento tal como especificado anteriormente foi de aproximadamente 198 segundos, isto é, 3.3 minutos. É possível observar pela figura 21b que a resposta é um pouco oscilatória.



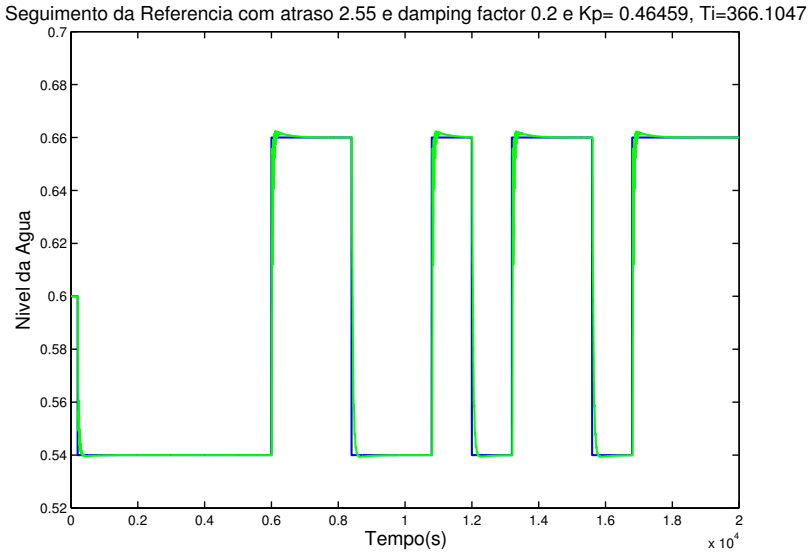
(a) Resposta do Sistema



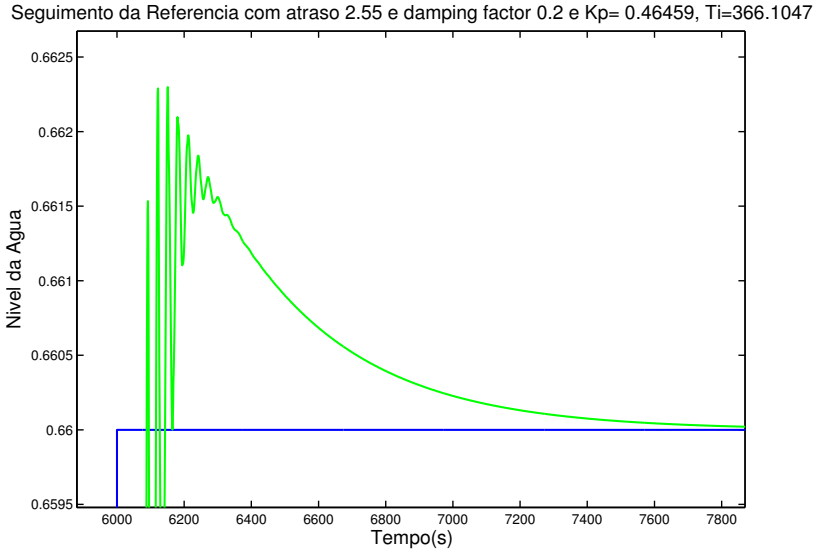
(b) Aproximação para verificação do tempo de estabelecimento

Figura 21: Teste do controlador obtido com o parâmetro T_i triplicado em relação ao original

Com T_i multiplicado por 6 a sobreelevação não chega a 2%, o que se traduz numa variação inferior a 3 milimetros, algo impossível de obter no canal piloto da Universidade de Évora.



(a) Resposta do Sistema



(b) Aproximação para verificação do tempo de estabelecimento

Figura 22: Teste do controlador obtido com o parâmetro T_i multiplicado por 6 em relação ao original

2.4 Teste Real Inicial

Foi feita uma visita ao canal de Évora a meio do período de trabalho na bolsa. Tal visita teve por objectivo dar a conhecer o sistema real bem como testar alguns valores obtidos para as constantes do PI nas simulações para confirmação da sua validade. De realçar que os valores utilizados foram obtidos num período de experimentação onde ainda não havia nenhum método de cálculo dos parâmetros automatizado que apresentasse resultados satisfatórios. Foram utilizados os valores dos parâmetros obtidos pelo método 1 para controlo com a comporta 2 apresentados na página 6. Tais valores sofreram alterações após variados testes por forma a obter um resultado mais satisfatório. O ganho proporcional foi reduzido em 150 vezes por forma a não saturar a variável de entrada, posição da comporta, e a constante de tempo do integrador foi incrementada em 100 vezes por forma a baixar a sobreelevação dando mais relevância ao ganho proporcional. Sabemos que a equação que relaciona a entrada com a saída é:

$$q = e * (K_p + \frac{K_p}{sT_i}) \tag{19}$$

Uma forma rápida e grosseira de converter o sistema contínuo em sistema discreto foi substituindo a variável s por $\frac{z-1}{z}$. Como tal partiu-se da equação seguinte por forma a deduzir a equação a introduzir no código MATLAB que interagia com o sistema físico.

$$q = e * K_p + \frac{eK_pz}{T_iz - T_i}$$
$$q = \frac{eK_pT_iz - eK_pT_i + eK_pz}{T_iz - T_i}$$

Sendo q o caudal a passar por baixo da comporta 2 e assumindo que z impõe um atraso unitário:

$$T_iq(t) = T_iq(t-1) - K_pT_ie(t-1) - K_pe(t-1) + K_pT_ie(t)$$
$$q(t) = q(t-1) + K_pe(t) - \frac{K_p}{T_i}e(t-1) - K_pe(t-1)$$
$$q(t) = u(t) * \sqrt{\beta\|J_2 - M_3\|} \tag{20}$$

Sendo β a constante que relaciona o caudal a passar por baixo da comporta com a altura da comporta uma variável que foi calculada experimentalmente no sistema simulado logo no inicio do trabalho.
O valor utilizado durante este teste foi $\beta = 1.5612$ o qual foi identificado como estando errado quando se passou para a utilização permanente do conversor nas simulações.
O valor adequado tal como foi referenciado na Introdução é $\beta = 1.3023$.

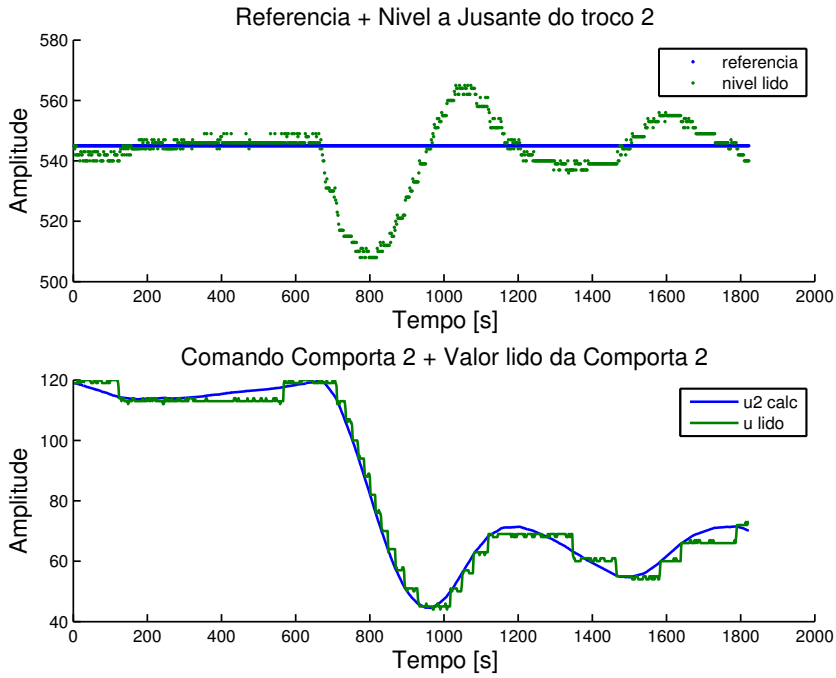


Figura 23: Resultados Experimentais no canal de Évora

3 Bibliografia

Referências

[1] Brian R Copeland, "The Design of PID Controllers using Ziegler Nichols Tuning", March 2008

[2] Chang-Hoon Shin, Myung-Hyun Yoon and Ik-Sobo Park, "Automatic Tuning Algorithm of the PID Controller Using Two Nyquist Points Identification", July 1997

[3] C.C. Hang, K.J. Astrom and Q.G. Wang, "Relay feedback auto-tuning of process controllers - a tutorial review", March 2001

[4] J.M.Lemos, F.C.Machado, N.M.Nogueira e P.O.Shirley,"Modelo SIMULINK de um canal piloto - Manual do utilizador", Relatório técnico nº35/2010, INESC-ID, Lisboa, Portugal, `http:\\www.inesc-id.pt`